

## DESAFIO SBPO:

# PROPOSTA DE MODELAGEM DAS RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA ELÉTRICA POR TABELA NO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO

Danielle de Freitas ([danielle\\_city@cepel.br](mailto:danielle_city@cepel.br)), André Luiz Diniz ([diniz@cepel.br](mailto:diniz@cepel.br)), Carlos Henrique Saboia ([saboia@cepel.br](mailto:saboia@cepel.br))

## 1 CONTEXTO: O Problema de Programação Diária da Operação (PDO)

A **Programação Diária da Operação (PDO)** de sistemas de energia elétrica tem como objetivo atender à demanda de energia elétrica ao longo de um dia, considerando o despacho horário de geração das usinas hidrelétricas, termelétricas e de fontes alternativas que respeite às características e restrições operativas das usinas hidrelétricas e reservatórios, das unidades geradoras termelétricas (*unit commitment*) e às restrições da rede elétrica. Uma descrição mais ampla para esse tipo de problema pode ser encontrada em [1].

Como a operação é definida para o dia seguinte, o modelo necessita de um detalhamento aprofundado do sistema, para obter uma operação o mais próximo possível da realidade. Dentre o grande conjunto de características e restrições que são consideradas na modelagem da PDO, tem-se as **restrições de segurança elétricas**, estabelecidas pelo ONS, e que garantem a otimização, segurança e estabilidade da rede elétrica do sistema<sup>1</sup>. As restrições de segurança são um conjunto de limites pré-definidos para diferentes pontos de operação (conjunto de condições) do sistema. Do ponto de vista de otimização, como a operação é uma variável de decisão do problema, a existência de diferentes conjuntos de restrições determinados para diferentes conjuntos de condições de operação faz com que a modelagem das restrições de segurança não possa ser representada de forma exata como um problema convexo de programação linear.

No Brasil, o cálculo da programação diária da operação do Sistema Interligado Nacional (SIN), realizado pelo Operador Nacional do sistema elétrico (ONS), em intervalo de meia hora, e o estabelecimento do preço horário de energia para o dia seguinte, pela Câmara de Comercialização de Energia elétrica, são realizados **utilizando o modelo DESSEM** [2], que é utilizado em conjunto com os modelos NEWAVE e DECOMP, todos desenvolvidos pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL)<sup>2</sup>. O DESSEM representa o sistema elétrico brasileiro de forma detalhada, modelando sua operação como um problema de otimização linear inteira mista. A integralidade (presença de variáveis inteiras) no problema advém da consideração do status “ligada” e “desligada” das unidades térmicas, que é necessário para modelar as restrições de *unit commitment* térmico.

### 1.1 Restrições de Segurança Elétrica por Tabela

No modelo DESSEM, as restrições de segurança elétricas especiais são fornecidas, atualmente pelo ONS, através de tabelas (ábacos). Nesta tabela pode-se indicar, nos cabeçalhos de suas linhas e colunas, diferentes faixas operativas para a injeção (ou somas de injeções) em barras da rede, fluxo (ou somatório de fluxos) em algumas linhas da rede elétrica, ou para alguns dados como a carga em determinada área elétrica, que são denominadas variáveis “controladoras” da restrição. Já o valor de cada célula da tabela representa a contingência (limite) imposta a uma injeção (ou soma de injeções) em outra(s) barra(s), ou a um fluxo (ou somatórios de fluxos) em outra(s) linha(s) da rede, que passa a ser válido para a combinação de faixas operativas das variáveis controladas, ao qual a célula pertence.

---

<sup>1</sup> Mais informações sobre as restrições de segurança elétrica do sistema brasileiro, consulte o site do ONS (<http://www.ons.org.br>).

<sup>2</sup> Para mais informações sobre os modelos de otimização energética utilizados no planejamento e programação do SIN, consulte [https://see.cepel.br/manual/libs/latest/modelos\\_otimizacao\\_energetica/modelos\\_otimizacao\\_energetica.html](https://see.cepel.br/manual/libs/latest/modelos_otimizacao_energetica/modelos_otimizacao_energetica.html).

## 1.2 Modelagem atual das restrições de segurança elétrica por Tabela no DESSEM

Atualmente, o modelo DESSEM trata as restrições de segurança por tabelas por um processo iterativo, em que, inicialmente, resolve-se o problema de PDO com limites iniciais para as variáveis controladas da tabela e, em seguida, verifica-se se os mesmos foram violados. Em caso afirmativo, resolve-se o problema novamente, atualizando os limites de acordo com os valores das variáveis controladoras obtidas na última recursão, e o processo é repetido até se obter uma solução viável para essas restrições. A motivação principal para a adoção dessa estratégia foi evitar a inclusão de variáveis binárias adicionais na formulação do problema, já que o DESSEM utiliza uma estratégia eficiente de resolução prévia de diversos problemas de programação linear (PL), antes da inclusão das variáveis inteiras de unit commitment, para identificar de antemão o conjunto de restrições de limite de fluxo “estáticas” que devem ser inseridas no problema. Uma descrição mais detalhada dessa estratégia iterativa para consideração das restrições de segurança por tabela é apresentada em [2], [3], e o processo de consideração dos limites de fluxo “estáticos” em todas as linhas da rede é descrito em [4] [5].

Essa estratégia iterativa possui, entretanto, algumas desvantagens, relacionadas a seguir:

- em cada recursão, a atualização do limite da restrição elétrica pode alterar o ponto de operação pré-otimizado, o que pode acarretar a consulta de uma nova região na tabela de restrições. Logo, o processo iterativo é custoso do ponto de vista computacional, visto que muitas recursões podem ser necessárias, e em cada recursão resolve-se um problema de grande porte de programação linear inteira mista [2];
- o processo pode “ciclar”, ou seja, não convergir para uma solução onde os valores das variáveis controladas respeitem aos limites estabelecidos pela faixa operativa em que se encontram as variáveis controladoras. Neste caso, define-se um número máximo de iterações e o processo pode encerrar sem uma solução viável;
- mesmo que o processo encerre com uma solução viável, o processo de resolução como um todo é heurístico, ou seja, não se garante a otimalidade da solução, mesmo que, em cada recursão, resolva-se na otimalidade o problema de PL/MILP associado aos limites adotadas na recursão corrente.

Assim, o desafio proposto visa obter novas proposta para modelar essas restrições de segurança no DESSEM.

## 2 DESAFIO PROPOSTO: Proposta de Nova Modelagem para as Restrições de Segurança Elétrica por Tabela no Problema de PDO

O grande desafio nesse tema de Engenharia elétrica é **uma nova proposta de modelagem das restrições de segurança elétrica por tabela no problema de PDO**, de forma satisfatória em termos de acurácia na representação dos limites e na otimalidade da solução encontrada, sem onerar o tempo de processamento computacional. Em linhas gerais, duas formas de abordagem podem ser consideradas:

- manter a representação iterativa de inclusões de restrições ou atualização de limites, porém buscando formas de reduzir o número de recursões para resolução do problema;
- representação exata das restrições, através de uma modelagem linear inteira, porém desenvolvendo modelos que não causem impacto negativo no tempo de resolução do problema.

A proposta deve ser implementada no problema de PDO com a formulação básica descrita a seguir, na qual eliminaram-se várias restrições e componentes do problema que não estão diretamente relacionados ao tratamento ser dado para as restrições de segurança por tabela. Assim, permite-se uma implementação mais ágil e uma comparação mais adequada entre os desempenhos das diferentes estratégias propostas.

## 3 Formulação Básica do problema de PDO

Neste problema simplificado consideram-se as seguintes características da PDO:

### 3.1 Horizonte de estudo

Em geral, a PDO é resolvida para um horizonte de 24 horas com discretização de meia-hora. Para o caso exemplo, como as restrições a serem modeladas não possuem acoplamento temporal, adota-se o horizonte de **apenas um único período com duração de 1 hora**.

### 3.2 Parque Gerador

Na PDO consideram-se diversas fontes de energia, como: usinas termelétricas, hidrelétrica, eólicas, solares e biomassa. Por simplificação, no caso exemplo **consideram-se somente como geradores de energia as usinas termelétricas**, visto que o tipo de usina não afeta a concepção da metodologia a ser utilizada para tratamento das restrições de segurança. Ressalta-se que a modelagem utilizada atualmente no DESSEM para a modelagem das usinas térmicas, no contexto do modelo vigente no Brasil, requer o uso de variáveis inteiras.

### 3.3 Modelagem das usinas térmicas

Uma usina térmica pode possuir mais que uma unidade geradora, e na modelagem detalhada de suas unidades geradoras considera-se o *unit commitment*, em que são definidos o status da unidade, ligado ou desligado, a cada período, além de restrições sobre o tempo de permanência da unidade em um determinado estado, custo de partida e parada das unidades, trajetórias de acionamento e desligamento das unidades, entre outros aspectos.

Neste desafio, considera-se, sem perda de generalidade, que toda usina térmica possui **apenas uma unidade geradora com limitações de geração mínima e máxima e restrições de tempo de permanência mínimo de status da unidade**<sup>3</sup>. Assim, consideram-se as seguintes restrições para a representação do *unit commitment* térmico.

- **Geração térmica mínima e máxima:**

A geração de uma unidade térmica deve satisfazer limites operativos, quando estiver acionada. No caso de desligamento da unidade estes limites operativos devem ser nulos. A seguir descreve-se a formulação matemática deste quesito.

$$u_j^t \cdot \underline{gt}_j \leq gt_j^t \leq u_j^t \cdot \overline{gt}_j, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T,$$

em que  $gt_j^t$  é a geração da unidade térmica da usina  $j$  no período  $t$  (em MWh),  $\underline{gt}_j$  e  $\overline{gt}_j$  representam a geração mínima e máxima da unidade térmica da usina  $j$  (em MWh),  $u_j^t$  representa o status da unidade  $j$  no período  $t$  (1: ligada e 0: desligada),  $T$  é o número de períodos e  $J$  é o número de usinas térmicas.

- **Tempo mínimo de permanência online e offline:**

Estas restrições estabelecem que, uma vez tendo sido acionada no período  $t$ , a unidade geradora térmica  $j$  deve permanecer ligada por um determinado tempo mínimo ( $Ton_j$ ), contado a partir deste período. O mesmo

<sup>3</sup> O modelo DESSEM considera também a representação de usinas térmicas a ciclo combinado, que leva a restrições adicionais envolvendo simultaneamente mais de uma variável. Entretanto, essa funcionalidade específica não afeta a modelagem a ser proposta para o tratamento das restrições de segurança dinâmicas.

tipo de restrição se aplica quando a usina é desligada, forçando-a a permanecer desligada durante um determinado tempo mínimo ( $Toff_j$ ), a partir do instante  $t$  em que ela é desligada.

A formulação matemática das restrições de tempo mínimo e máximo da unidade ligada e desligada são apresentadas a seguir:

$$\sum_{k=t}^{t+ton_j^t-1} u_j^k \geq ton_j^t (u_j^t - u_j^{t-1}), \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$\sum_{k=t}^{t+toff_j^t-1} (1 - u_j^k) \geq toff_j^t (u_j^{t-1} - u_j^t), \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T,$$

em que:

$ton_j^t$ : é calculado através da expressão  $\min \{Ton_j, T - t + 1\}$ ;

$toff_j^t$ : é calculado através da expressão  $\min \{Toff_j, T - t + 1\}$ ;

$\sum_{k=t}^{t+ton_j^t-1} u_j^k$ : fornece o número de períodos em que a unidade  $j$  ficou ligada em  $ton_j^t$  períodos à frente, contados a partir do período  $t$ ;

$\sum_{k=t}^{t+toff_j^t-1} (1 - u_j^k)$ : fornece o número de períodos em que a unidade  $j$  ficou desligada em  $toff_j^t$  períodos à frente, contados a partir do período  $t$ ;

### 3.4 Modelagem da rede elétrica

Num problema de PDO considera-se um sistema elétrico detalhado com suas barras e linhas de transmissão. Segundo [6], os componentes que formam um sistema de energia elétrica podem ser classificados em dois grupos, sendo eles:

- **injeções nas barras:** correspondem aos elementos que estão ligados a uma barra qualquer e à barra de referência, como por exemplo: os geradores de energia e as cargas (demandas) das barras;
- **conexões entre barras:** correspondem aos elementos que conectam duas barras quaisquer da rede, como por exemplo: as linhas de transmissão.

Por exemplo, no exemplo mostrado no exemplo da *Figura 1* da seção 3.5, a barra de número 2 possui uma carga de 28 MW e uma usina termelétrica ( $G_2$ ) conectada a ela. Além disso, o sistema possui 3 linhas de transmissão (1-2, 2-3 e 1-3).

Na análise das linhas de transmissão são considerados os limites de fluxo de cada linha. Já, a consideração dos geradores e o atendimento à carga das barras é feita através de injeções constantes de potência ativa nas barras.

Para determinação do fluxo de potência considera-se que a potência líquida injetada em uma barra corresponde à soma líquida dos fluxos nas linhas que possuem como origem/destino a mesma barra em questão.

- **Limites de fluxo de potência**

Para definição dos fluxos de potência, normalmente recorre-se a uma formulação linearizada, que utiliza como variáveis a tensão nodal<sup>4</sup> e a reatância<sup>5</sup> das linhas e fluxo de potência ativa nas linhas.

De forma mais rigorosa, tem-se a seguinte formulação (em p.u.<sup>6</sup>):

$$P_{km}^t = \frac{1}{x_{km}} (\theta_k^t - \theta_m^t)$$

em que:

$P_{km}^t$ : fluxo de potência ativa na linha  $k - m$  no período  $t$  (em p.u.).

$\theta_k^t$ : ângulo de tensão nodal da barra  $k$  no período  $t$  (em rad).

$x_{km}$ : reatância de todas as linhas em paralelo que existem no ramo  $k - m$  (em p.u.).

Nesta formulação, sem perda de generalidade escolhe-se uma barra de referência ( $n$ ) em que  $\theta_n^t = 0$ .

Logo, escrevendo a potência ativa em função dos ângulos nodais de tensão, tem-se que os limites de fluxo podem ser representados da seguinte forma:

$$-l_{km} \leq \frac{1}{x_{km}} (\theta_k^t - \theta_m^t) \leq l_{km}$$

em que  $l_{km}$  representa o limite de fluxo na linha  $k - m$  (em p.u.).

- **Atendimento à carga da barra**

Cada barra possui uma carga que necessita ser atendida em sua totalidade. A diferença entre a carga injetada pelos geradores conectados a uma barra e a demanda da própria barra corresponde à injeção líquida da barra.

Por sua vez, a injeção líquida de uma barra é transmitida através das linhas conectadas a ela para as outras barras, com o objetivo de atender à demanda do sistema. O problema da determinação do fluxo de potência em função de injeções pré-determinadas é chamado de “fluxo de potência DC”, e o problema de minimização de uma função objetivo (por exemplo, minimização de custos) levando em consideração a melhor distribuição de fluxos entre as linhas, de forma a não violar os limites, é chamado de fluxo de potência ótimo.

A partir das equações que determinam o fluxo de potência ativa, pode-se determinar a injeção de potência líquida em cada barra, através das seguintes equações:

$$P_k^t = \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}^t$$

onde  $P_k^t$  é a injeção líquida (geração menos a carga) de potência ativa na barra  $k$  (em p.u.) e  $\Omega_k$  é o conjunto de todas as barras adjacentes a barra  $k$ .

Para barra de referência ( $n$ ) e fechamento do fluxo de potência, tem-se que:

<sup>4</sup> representa os ângulos nodais das barras.

<sup>5</sup> pode ser entendida como uma “impedância” à passagem de corrente.

<sup>6</sup> sistema por unidade (p.u.) é uma forma de apresentar normalizada as grandezas elétricas em um circuito.

$$P_n^t = - \sum_{k \neq n} P_k^t$$

Além disso, por definição a injeção líquida de potência ativa corresponde à diferença entre a geração e a carga de cada barra  $k$  do sistema, conforme a equação<sup>7</sup>:

$$P_k^t = \sum_{j \in k} \widehat{g}t_j^t - \widehat{d}_k^t$$

em que  $\widehat{g}t_j^t$  é a geração da usina térmica  $j$  conectada na barra  $k$  e  $\widehat{d}_k^t$  é a carga da barra (ambos em p.u.).

Logo, utilizando uma modelagem mais compacta, o atendimento a demanda da barra através da formulação do fluxo de potência linearizado, pode ser definido em função dos ângulos de tensão da seguinte forma<sup>8</sup>:

$$\sum_{j \in k} \widehat{g}t_j^t - \widehat{d}_k^t = \sum_{m \in \Omega_k} \frac{1}{x_{km}} (\theta_k^t - \theta_m^t)$$

E para barra de referência, tem-se:

$$\sum_{j \in n} \widehat{g}t_j^t - \widehat{d}_n^t = - \sum_{k \neq n} \sum_{j \in k} \widehat{g}t_j^t - \widehat{d}_n^t$$

### 3.5 Função objetivo do problema

O objetivo do problema é a minimização dos custos de geração de energia, logo a função objetivo do problema pode ser modelada como:

$$\min \sum_t \sum_j ct_j \cdot gt_j^t$$

$ct_j$  é o custo de geração da usina térmica  $j$  (CVU).

<sup>7</sup> Nesta equação omitiu-se a conversão das unidades de MWh para MW, note que o exemplo abordado possui um horizonte com discretização horária, logo 1 MW corresponde a 1 MWh.

<sup>8</sup> No modelo oficial, para a modelagem do fluxo de potência, a partir da formulação matricial dessa equação e de algumas manipulações matemáticas, chega-se a uma representação dos fluxos que não depende dos ângulos de tensão nodal. Porém, por questões didáticas, adotou-se nesse documento o fluxo de potência determinado através dos ângulos de tensão nodal.

## 4 Exemplo Numérico – Sem restrições de segurança por tabela

Nesta seção descreve-se o sistema teste a ser considerado neste trabalho.

### 4.1 Horizonte de estudo

Como as restrições de limites de fluxo dinâmico na rede elétrica a serem estudadas neste trabalho não possuem acoplamento temporal, adota-se neste caso exemplo um horizonte de **apenas um único período com duração de 1 hora**.

### 4.2 Configuração do parque gerador e da rede elétrica

Com o intuito de elucidar e exemplificar a formulação do problema considerado, nesta seção adotamos como exemplo o seguinte sistema elétrico ilustrado na *Figura 1*, contendo apenas 3 usinas térmicas e 3 barras. Na figura a seguir “CVU” significa o “custo variável unitário”, que corresponde ao custo incremental (linear) da usina térmica, e “Pmin”/“Pmax” indicam as potências mínima e máxima das usinas.

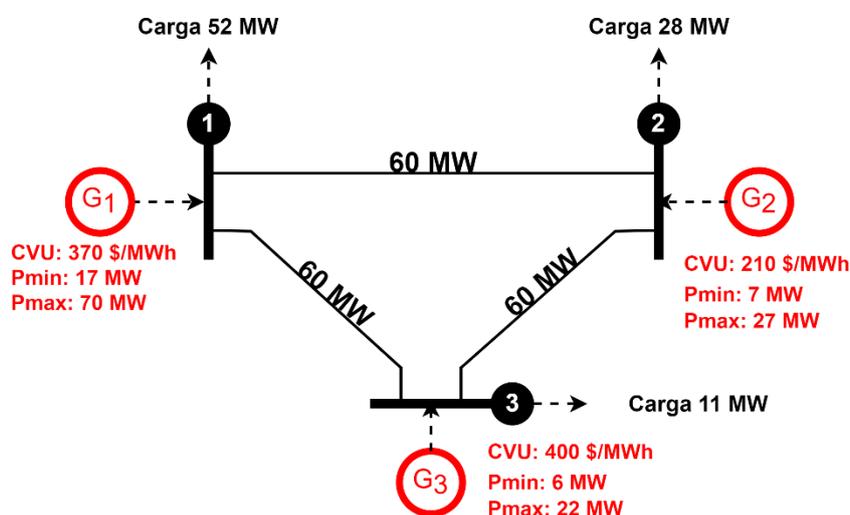


Figura 1 – Caso exemplo com 3 usinas térmicas e 3 barras

### 4.3 Dados e Restrições das Unidades Geradoras

Para o exemplo considere as seguintes informações das unidades geradoras:

Tabela 1 – Informações das unidades geradores do exemplo da Figura 1

| ID | Nome                        | Status inicial ( $u_j^0$ ) | Tempo de permanência do status inicial (horas) | Tempo mínimo de status online (horas) | Tempo mínimo de status offline (horas) | Potência mínima (MW) | Potência máxima (MW) | Custo (\$/MWh) |
|----|-----------------------------|----------------------------|--|---------------------------------------|--|----------------------|----------------------|----------------|
| 1  | Gerador 1 (G <sub>1</sub> ) | 0                          | 10   | 5                                     | 5                                      | 17                   | 70                   | 370            |
| 2  | Gerador 2 (G <sub>2</sub> ) | 1                          | 10   | 5                                     | 5                                      | 7                    | 27                   | 210            |
| 3  | Gerador 3 (G <sub>3</sub> ) | 0                          | 10   | 5                                     | 5                                      | 6                    | 22                   | 400            |

Logo, as restrições de geração máxima e mínima podem ser modeladas do seguinte modo:

$$u_1^1 \cdot 17 \leq gt_1^1 \leq u_1^1 \cdot 70$$

$$u_2^1 \cdot 7 \leq gt_2^1 \leq u_2^1 \cdot 27$$

$$u_3^1 \cdot 6 \leq gt_3^1 \leq u_3^1 \cdot 22$$

Note que, como o horizonte de estudo contém um período com duração de uma hora, os valores de potências mínimas e máximas correspondem aos mesmos valores de geração mínima e máxima em MWh.

Já em relação às restrições de tempo mínima ligada e desligada, como consideramos um problema de PDO com apenas 1 período, já se sabe, de antemão, se cada unidade geradora está “livre” para ligar ou desligar ou se está cumprindo ainda um tempo mínimo ligado ou desligado, situação em que, necessariamente, seu status deverá ser ligada ou desligada, respectivamente. Isto pode ser considerado simplesmente fixando o status das unidades em 1 ou 0, conforme o caso. Observe que, no caso exemplo, nenhuma unidade térmica está restrita por essa condição no período de tempo a ser otimizado.

#### 4.4 Dados e Restrições da Rede Elétrica

Para o caso exemplo da *Figura 1* consideram-se as seguintes informações das barras do sistema:

Tabela 2 – Informações das barras do exemplo da *Figura 1*

| BARRA | Carga (MW) | Geradores Conectados |                     |
|-------|------------|----------------------|---------------------|
|       |            | ID                   | Nome                |
| 1     | 52         | 1                    | Gerador 1 ( $G_1$ ) |
| 2     | 28         | 2                    | Gerador 2 ( $G_2$ ) |
| 3     | 11         | 3                    | Gerador 3 ( $G_3$ ) |

Ao adotar a **barra 1** como barra de referência para o fechamento do fluxo de potência, temos as seguintes equações de modelagem do fluxo de potência linearizado:

$$\frac{gt_1^1 - d_1^1}{100} = -(gt_2^1 - d_2^1) - (gt_3^1 - d_3^1)$$

$$\frac{gt_2^1 - d_2^1}{100} = \frac{1}{x_{2,1}}(\theta_2^1 - \theta_1^1) + \frac{1}{x_{2,3}}(\theta_2^1 - \theta_3^1)$$

$$\frac{gt_3^1 - d_3^1}{100} = \frac{1}{x_{3,1}}(\theta_3^1 - \theta_1^1) + \frac{1}{x_{3,2}}(\theta_3^1 - \theta_2^1)$$

Substituindo os valores dos parâmetros, têm-se:

$$gt_1^1 + gt_2^1 + gt_3^1 = 91$$

$$10^{-2}gt_2^1 - 0,28 = 7.0225(\theta_2^1 - 0) + 7.0225(\theta_2^1 - \theta_3^1) = 14.0450(\theta_2^1) - 7.0225(\theta_3^1)$$

$$10^{-2}gt_3^1 - 0,11 = 23.5849(\theta_3^1 - 0) + 7.0225(\theta_3^1 - \theta_2^1) = -7.0225(\theta_2^1) + 30.6074(\theta_3^1)$$

Para o caso exemplo da *Figura 1*, considere as seguintes reatâncias das linhas bem como o limite de fluxo de potência fornecido pela Tabela 3.

Tabela 3 – Informações das linhas de transmissão do exemplo da *Figura 1*

| DA BARRA | PARA BARRA | Reatância (p.u.) | Limite de fluxo de potência (MW) | Limite de fluxo de potência |             |
|----------|------------|------------------|----------------------------------|-----------------------------|-------------|
|          |            |                  |                                  | MW                          | p.u.        |
| 1        | 2          | 0.14240          | 60                               | 60                          | 60/100=0,06 |
| 2        | 3          | 0.14240          | 60                               | 60                          | 60/100=0,06 |
| 1        | 3          | 0.04240          | 60                               | 60                          | 60/100=0,06 |

Observe que na formulação todas as quantidades de megawatts e quantidades de rede são expressas em p.u., para isso considerou-se a base 100 MVA.

Ao adotar a barra 1 como barra de referência para o fechamento do fluxo de potência, temos as seguintes equações de modelagem do fluxo de potência linearizado:

$$P_{1,2}^1 = \frac{1}{x_{1,2}} (\theta_1^1 - \theta_2^1) = 7.0225(\theta_1^1 - \theta_2^1)$$

$$P_{2,3}^1 = \frac{1}{x_{2,3}} (\theta_2^1 - \theta_3^1) = 7.0225(\theta_2^1 - \theta_3^1)$$

$$P_{1,3}^1 = \frac{1}{x_{1,3}} (\theta_1^1 - \theta_3^1) = 23.5849(\theta_1^1 - \theta_3^1)$$

$$\theta_1^1 = 0$$

Logo, os limites de fluxo podem ser representados pelas seguintes equações:

$$-0,6 \leq 7.0225(-\theta_2^1) \leq 0,6$$

$$-0,6 \leq 7.0225(\theta_2^1 - \theta_3^1) \leq 0,6$$

$$-0,6 \leq 23.5849(-\theta_3^1) \leq 0,6$$

#### 4.5 Função objetivo do problema

O objetivo do problema é a minimização dos custos de geração de energia, logo a função objetivo do problema pode ser modelada como:

$$\min \sum_t \sum_j ct_j \cdot gt_j^t$$

$ct_j$  é o custo de geração da usina térmica  $j$  (CVU).

Logo, para o caso exemplo, tem -se:

$$\min \left( (370 \cdot gt_1^1) + (210 \cdot gt_2^1) + (400 \cdot gt_3^1) \right)$$

#### 4.6 Modelagem completa do exemplo de PDO e solução ótima – Sem restrições de segurança por tabela

Para o caso exemplo apresentado, tem-se a seguinte modelagem final para o problema da PDO:

$$\min \left( (370 \cdot gt_1^1) + (210 \cdot gt_2^1) + (400 \cdot gt_3^1) \right)$$

Sujeito a:

$$u_1^1 \cdot 17 \leq gt_1^1 \leq u_1^1 \cdot 70$$

$$u_2^1 \cdot 7 \leq gt_2^1 \leq u_2^1 \cdot 27$$

$$u_3^1 \cdot 6 \leq gt_3^1 \leq u_3^1 \cdot 22$$

$$-0,6 \leq 7.0225(-\theta_2^1) \leq 0,6$$

$$-0,6 \leq 7.0225(\theta_2^1 - \theta_3^1) \leq 0,6$$

$$-0,6 \leq 23.5849(-\theta_3^1) \leq 0,6$$

$$gt_1^1 + gt_2^1 + gt_3^1 = 91$$

$$10^{-2}gt_2^1 - 0,28 = 14.0450(\theta_2^1) - 7.0225(\theta_3^1)$$

$$10^{-2}gt_3^1 - 0,11 = -7.0225(\theta_2^1) + 30.6074(\theta_3^1)$$

$$gt_1^1, gt_2^1, gt_3^1 \geq 0$$

$$u_1^1, u_2^1, u_3^1 \in \{0,1\}$$

$$\theta_1^1, \theta_2^1 \in \mathbb{R}$$

O valor ótimo do problema é \$ 29.350,00. Na Tabela é fornecida a solução ótima do problema.

Tabela 4 – Solução ótima do exemplo

| Geração (MW)  | Status das unidades | Ângulo nodal (rad)     |
|---------------|---------------------|------------------------|
| $gt_1^1 = 64$ | $u_1^1 = 1$         | $\theta_1^1 = 0$       |
| $gt_2^1 = 27$ | $u_2^1 = 1$         | $\theta_2^1 = -0,0028$ |
| $gt_3^1 = 0$  | $u_3^1 = 0$         | $\theta_3^1 = -0,0042$ |

Na Figura 2 mostra-se o fluxo de potência ativa obtido.

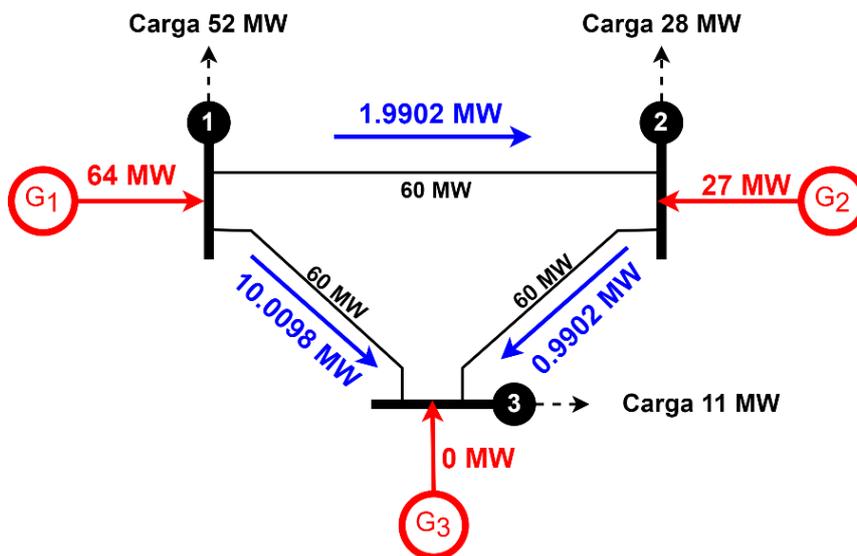
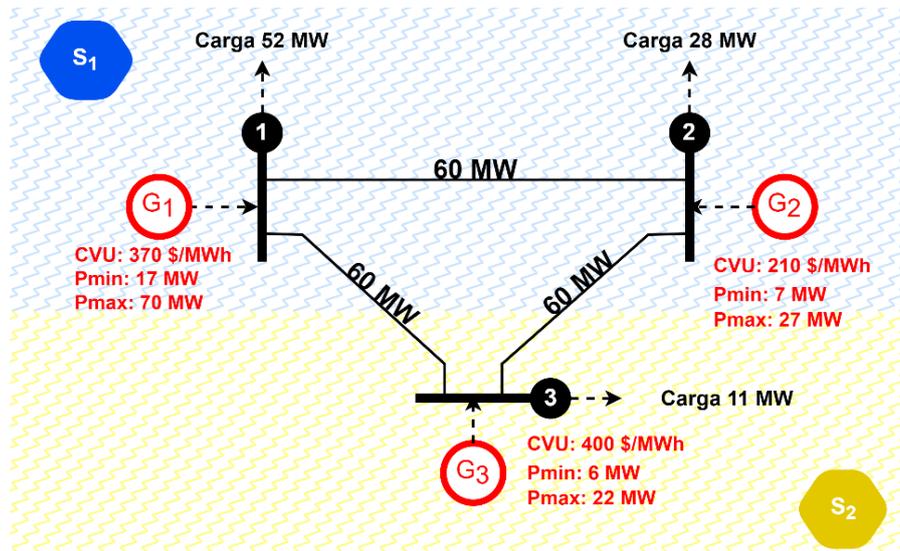


Figura 2 – Fluxo entre as linhas para o caso exemplo

## 5 EXEMPLO PARA O DESAFIO PROPOSTO

O desafio proposto é inserir, na formulação do problema descrito na seção 7, as restrições elétricas de segurança dadas por tabela, que são dependentes das condições da própria solução do problema.

Considerando ainda o exemplo da *Figura 1* considere uma divisão do sistema em dois submercados ( $S_1$  e  $S_2$ ) conforme a *Figura 3*.



*Figura 3 – Caso exemplo com dois subsistemas*

Admitindo essa subdivisão, considere a seguinte restrição de tabela para o problema:

*Tabela 5 – Restrição de segurança elétrica por tabela*

| Limite de fluxo de exportação do subsistema 1 para 2 ( $P_{1,3} + P_{2,3}$ )(em MW) |                                      |  |
|---|--------------------------------------|--|
| Faixas de geração do submercado 1   | Faixas de geração do submercado 2    |  |
|   | $0 \leq \sum_{j \in S_2} gt_j^1 < 6$ | $6 \leq \sum_{j \in S_2} gt_j^1 < +\infty$ |
| $0 \leq \sum_{j \in S_1} gt_j^1 < 50$   | 5                                    | 3  |
| $50 \leq \sum_{j \in S_1} gt_j^1 < 80$  | 9                                    | $+\infty$                                  |
| $80 \leq \sum_{j \in S_1} gt_j^1 < +\infty$   | 9.5                                  | 9  |

Note que a limitação do fluxo de potência do subsistema 1 está condicionada as faixas de geração do subsistema 1 e do subsistema 2.

Por exemplo, para as faixas de geração dos subsistemas 1 e 2 nos intervalos  $[50,80[$  e  $[0,6[$ , respectivamente, o fluxo de exportação do subsistema 1 para 2 deve possuir um limite de 9 MW, ou seja:

$$P_{1,3} + P_{2,3} = -P_{3,1} + P_{2,3} = 0.4240(\theta_3^1 - \theta_1^1) + 0.1424(\theta_2^1 - \theta_3^1) \leq 9$$

Portanto, o grande desafio é como modelar essas restrições de tabela condicionais dentro da PDO. Além desse exemplo, será fornecido um caso base contendo um sistema de 24 barras.

## 5.1 Apresentação da Proposta

A proposta deve ser apresentada em um documento de texto, preparado em qualquer editor de texto (Word ou Latex), devendo-se atentar para o formalismo adequado na formulação matemática e apresentação dos algoritmos. Os alunos deverão também fazer a apresentação oral da proposta, utilizando como apoio material de apresentação, preparada em Microsoft Power Point, Latex ou qualquer outro programa.

## 5.2 Critérios de avaliação

A avaliação das propostas será feita com base nos seguintes critérios

- **Correção Matemática:** avaliação da proposta do ponto de vista de correção matemática. Ressalta-se que algoritmos heurísticos podem ser propostos, porém neste caso deve-se indicar com clareza os pontos nos quais o algoritmo perde precisão do ponto de vista matemático (PESO 2)
- **Inovação:** apresentação de uma proposta inovadora para a modelagem do problema, mas que pode, evidentemente, utilizar desenvolvimentos já apresentados na literatura em outros contextos (PESO 2);
- **Concisão (formulação mais compacta):** modelagem com o menor número de variáveis inteiras (caso estas sejam utilizadas), seguido do menor número de restrições e variáveis contínuas. Técnicas heurísticas serão avaliadas pela relação entre simplicidade X acurácia do algoritmo proposto (PESO 2);
- **Apresentação da proposta:** clareza na apresentação da proposta escrita e oral, e na apresentação das modelagens e dos resultados obtidos (**PESO 3**);
- **Domínio do conhecimento** relacionado ao caso exemplo que está sendo tratado (PESO 1)

## 6 Sobre o Departamento de Sistemas Eletroenergético (DSE) do Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL)

Este documento foi elaborado por pesquisadores e colaboradores do Departamento de Sistemas Elétricos (DSE) do Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), que está promovendo esse desafio contando com a contribuição de professores da Universidade Federal de Juiz de Fora. O DSE é responsável pelo desenvolvimento de metodologias e programas computacionais para o planejamento e operação de sistemas elétricos, tanto do ponto de vista energético (planejamento da expansão, operação, formação de preço e comercialização), hidrológico (geração e previsão de cenários de vazões e ventos), como do ponto de vista elétrico (problemas de fluxo de potência, transitórios eletromagnéticos, controle de frequência), etc. Os programas computacionais desenvolvidos pelo DSE são utilizados oficialmente em diversos processos realizados por instituições do Setor elétrico, como o Operador Nacional do Sistema (ONS), Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) e Empresa de Pesquisas Energéticas (EPE), e utilizados por centenas de empresas de geração, comercialização e transmissão de energia elétrica, no Brasil e no exterior. Versões acadêmicas dos modelos eletroenergéticos também são utilizadas, de forma gratuita, por diversas instituições de ensino e pesquisa. O DSE está continuamente recrutando e participando da orientação de trabalhos realizados por bolsistas de graduação, mestrado e doutorado, para atuar em diversos desenvolvimentos de ponta associados aos modelos que desenvolve, havendo a possibilidade também de contratação de profissionais jovens para atuar em projetos de P&D no setor elétrico.

## 7 Bibliografia

- [1] A. W. B. Wood, "Power Generation Operation and Control", 2nd Edition ed., John Wiley and Sons, 1996.
- [2] T. N. Santos, A. L. Diniz, C. H. Saboia, R. N. Cabral e L. F. Cerqueira, "Hourly pricing and day-ahead dispatch setting in Brazil: the DESSEM model," *Electric Power Systems Research*, vol. 189, p. 106709, 2020.
- [3] CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, "Modelo DESSEM - Programação Diária da Operação e Formação de Preço Horário de Sistemas Hidrotérmicos com Representação Detalhada das Unidades Geradoras, Fontes Intermitentes, Consideração da Rede Elétrica e Restrições de Segurança - Manual de Metodologia," 2022.
- [4] T. N. Santos e A. L. Diniz, "A Dynamic Piecewise Linear Model for DC Transmission Losses in Optimal Scheduling Problems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 26, nº 2, pp. 508-519, 2011.
- [5] A. L. Diniz, L. C. F. Sousa, M. E. Maceira, S. P. Romero, F. S. Costa, C. A. Sagastizabal e A. Belloni, "Estratégia de representação DC da rede elétrica no modelo de despacho da operação energética – DESSEM," em *VIII SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Brasília, 2002.
- [6] A. J. Monticelli, Fluxo de carga em redes de energia elétrica. E. Blucher, 1983, MONTICELLI, Alcir José., 1983.
- [7] "T. N. Santos, A. L. Diniz, "A Dynamic Piecewise Linear Model for DC Transmission Losses in Optimal Scheduling Problems"," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 26, nº 2, pp. 508-519, May 2011.